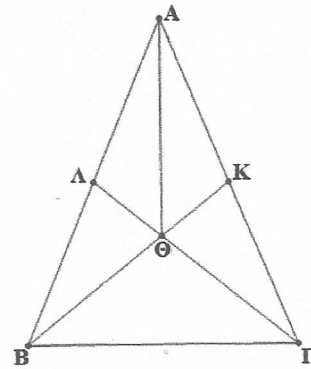


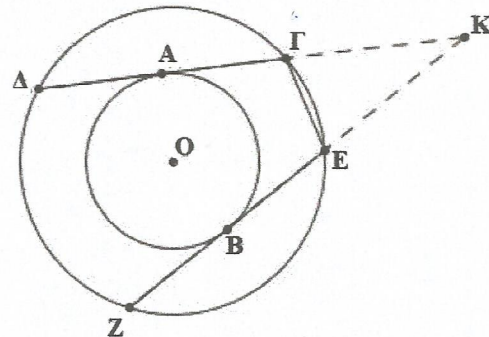
39. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και τις διαμέσους του BK και $\Gamma\Lambda$, οι οποίοι τέμνονται στο σημείο Θ . Να αποδείξετε ότι:

- α) Οι διάμεσοι BK και $\Gamma\Lambda$ είναι ίσες.
 β) Τα τρίγωνα $AB\Theta$ και $AG\Theta$ είναι ίσα.



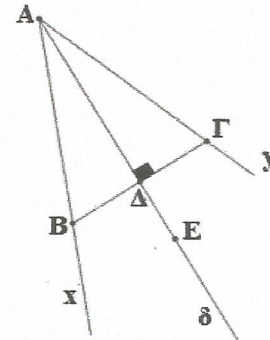
40. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο O και ακτίνες ρ και R ($\rho < R$). Οι χορδές $\Delta\Gamma$ και ZE του κύκλου (O,R) εφάπτονται του κύκλου (O,ρ) στα σημεία A και B αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι $\Delta\Gamma=ZE$.
 β) Αν οι $\Delta\Gamma$ και ZE προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο K , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $KE\Gamma$ είναι ισοσκελές.



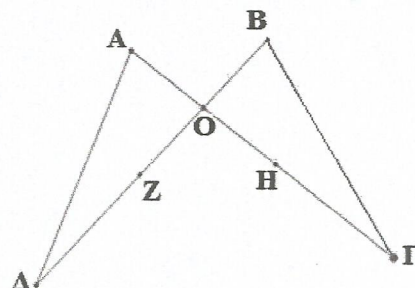
41. Δίνεται γωνία xAy και η διχοτόμος της $A\delta$. Από τυχαίο σημείο B της Ax φέρνουμε κάθετη στη διχοτόμο, η οποία τέμνει την $A\delta$ στο Δ και την Ay στο Γ . Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τμήματα AB και AG είναι ίσα.
 β) Το τυχαίο σημείο E της $A\delta$ ισαπέχει από τα B και Γ .



42. Δίνονται τα τμήματα $A\Gamma=B\Delta$ που τέμνονται στο σημείο O έτσι ώστε $OA=OB$, και τα σημεία H και Z στα τμήματα $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $OH=OZ$. Να αποδείξετε ότι:

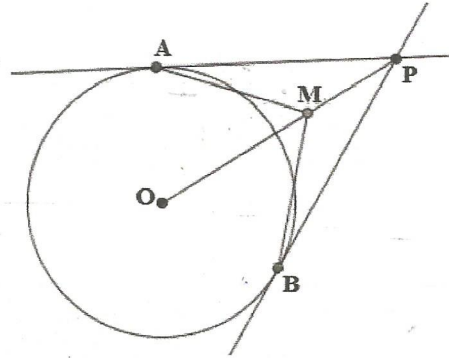
- α) Οι γωνίες $\angle A\Delta O$ και $\angle B\Gamma O$ είναι ίσες.
 β) $AZ=BH$.



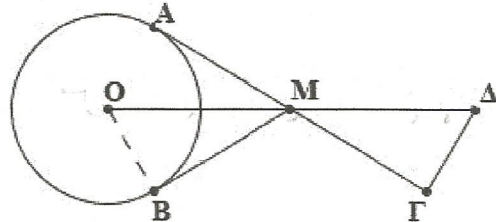
24. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) με γωνία κορυφής $A=40^\circ$. Στην προέκταση της ΓB (προς το B) παίρνουμε τμήμα $B\Delta$ τέτοιο ώστε $B\Delta=AB$. Να υπολογίσετε:
 α) τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
 β) τη γωνία $\Delta A\Gamma$.

25. Από εξωτερικό σημείο P ενός κύκλου (O, ρ) φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Αν M είναι ένα τυχαίο εσωτερικό σημείο του ευθυγράμμου τμήματος OP , να αποδείξετε ότι:
 α) τα τρίγωνα PAM και PMB είναι ίσα.
 β) οι γωνίες $\hat{M}AO$ και $\hat{M}BO$ είναι ίσες.

$$\hat{M}AO \quad \hat{M}BO$$



26. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και τα εφαπτόμενα τμήματα MA και MB . Προεκτείνουμε την AM κατά τμήμα $M\Gamma=MA$ και την OM κατά τμήμα $M\Delta=OM$.
 α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OMB και $M\Gamma\Delta$ είναι ίσα, και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους.
 β) Να αιτιολογήσετε γιατί $OA \parallel \Gamma\Delta$.



27. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και στις ίσες πλευρές AB, AG παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $A\Delta = \frac{1}{3}AB$ και $A\epsilon = \frac{1}{3}AG$. Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι:
 α) τα τμήματα $B\Delta$ και $\Gamma\epsilon$ είναι ίσα.
 β) τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $M\epsilon\Gamma$ είναι ίσα.
 γ) το τρίγωνο $\Delta\epsilon M$ είναι ισοσκελές.

28. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο KAB ($KA=KB$) και $K\Gamma$ διχοτόμος της γωνίας K . Στην προέκταση της BA (προς το A) παίρνουμε σημείο Λ και στην προέκταση της AB (προς το B) παίρνουμε σημείο M , έτσι ώστε $A\Lambda=BM$. Να αποδείξετε ότι:
 α) το τρίγωνο $K\Lambda M$ είναι ισοσκελές
 β) η $K\Gamma$ είναι διάμεσος του τριγώνου $K\Lambda M$