

- 1) Δίνεται $g: (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ με $g'(x) > 0$ για κάθε $x > 0$
 και $g(1) = e$. Να βρείτε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης
 $f(x) = \frac{\ln g(x)}{g(x)}$
- 2) Δίνεται $f^3(x) - 6f^2(x) + 7f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$, $\lambda > 12$, $x \in \mathbb{R}$
 α) Να βρείτε τα κρίσιμα σημεία της f αν f είναι συνεχής \rightarrow
 β) να μελετήσετε τη f ως προς την μονotonία, άκροτατα
- 3) Να δείξετε ότι
 α) $x^2 > 2\ln x + 1$, $x > 0$ β) $x^x (2-x)^{2-x} > 1$, $x \in (0, 2)$
 δ) $x^3 + 3x^2 + 6x + 6 \leq 6e^x$
- 4) Δίνεται $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, $x > 0$
 α) Να βρεθούν τα άκροτατα της f
 β) Για $x > 0$ να δείξετε ότι $e^{x^2} > x^{2e}$
 γ) Αν υπάρχει $a > 0$ για τον οποίο για κάθε $x > 0$
 ισχύει $a^{x^2} > x^{2e}$ τότε $a > e$
- 5) Να βρεθεί a ώστε $x^3 - 2x + a = 0$ να έχει
 τρεις ρίζες πραγματικές
- 6) Δίνεται $f(x) = 2x\sqrt{x} - 2x - \ln x$. Να δείξετε ότι
 η f παρουσιάζει μοναδικό άκροτατο στο πεδίο ορισμού της
- 7) Δίνεται $f(x) = e^x - \lambda x - 1$,
 α) Να βρεθούν μονotonία άκροτατα
 β) ποσοστό άκροτατων
- 8) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 18x + 3$, $x \in \mathbb{R}$. Να μελετήσετε
 με τη μέθοδο της φέρουσας, δίνοντας έλεγχο

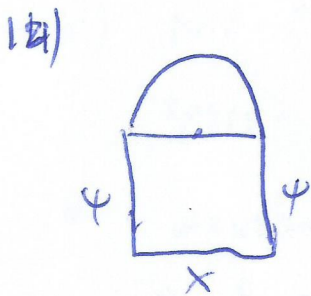
9) f παραγωγίσιμη στο $[0,8]$ με $f'(2) > f'(1) > f'(8) > f'(6)$
 τότε f έχει το ακριβώς δύο κρισιμα σημεία

10) f δύο φορές παραγωγίσιμη στο $[1,4]$ με
 $f'(2) < f'(1) < f'(4) < f'(3)$ τότε f έχει το ακριβώς
 ένα κρισιμο σημείο

11) Δίνεται f παραγωγίσιμη στο $[0,2]$ με $f'(0) = f'(2) = 1$
 και $f(1) = 4$
 Αν $x_0 = 1$ μοναδική ρίζα της $f'(x) = 0$ τότε να διεκρίνετε
 τι f δεν έχει διαφορά στο $(0,1)$
 Οι να βρείτε το σύνολο τιμών της f

12) Έστω $f'(x) + (x-1)^3 f''(x) = 0$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$
 να βρείτε τα διαφορά της f

13) Δίνεται $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη
 με $2f'(x) + x^2 = \frac{1}{4} x f(x)$, $x \neq 0$ αν f παρουσιάζει
 διαφορά στο x_0 , να βρείτε η τιμή του



Αν η περιφέρεια του παραθύρου είναι
 σταθερή τότε το παραθύρο έχει μέγιστη
 επιφάνεια όταν η μία διαστάση είναι
 διπλάσια από την άλλη

15) Από όλα τα ορθογώνια με σταθερή περίμετρο
 το (ισοσκελές) τρίγωνο έχει τη μέγιστη επιφάνεια

16) Ποιο ορθογώνιο έχει το μέγιστο εμβαδόν εφ/νο
 σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$

17) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(A) = [-2,5]$, $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, f δύο φορές
 παραγωγίσιμη στο $[1,2]$ με $f'(1) = 2$, $f'(2) = 4$, $A = [1,2]$