

### Εφαπτομένη που διέρχεται από γνωστό σημείο

322. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $C_f$  της  $f(x) = x^3 + 1$  που διέρχεται από το σημείο  $A(0,2)$ .

323. Να βρείτε σημείο  $A$  στη γραφική παράσταση (c) της συνάρτησης  $f(x) = e^x$  τέτοιο ώστε η εφαπτομένη της (c) στο  $A$  να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

324. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ ,  $a, b \in \mathbb{R}^*$ ,  $\gamma, x \in \mathbb{R}$  και το σημείο  $A(\kappa, \lambda)$ . Αν από το  $A$  άγονται δύο εφαπτομένες προς την  $C_f$ , να αποδείξετε ότι  $a^2\kappa^2 - a\lambda + a\gamma + a\kappa b > 0$ .

### Η ευθεία εφάπτεται στη $C_f$

325. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ . Να δείξετε ότι η ευθεία  $\eta: y = 2x - 1$  εφάπτεται της  $C_f$ .

326. Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $y = -x$  εφάπτεται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ . Στη συνέχεια, να βρείτε το σημείο επαφής και να εξετάσετε αν η ευθεία επανατέμνει την  $C_f$ .

327. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ,  $x > 0$ . Να αποδείξετε ότι ο άξονας  $x'x$  δεν εφάπτεται στη γραφική παράσταση της  $f$ .

### Κοινές εφαπτομένες

328. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 1$  και  $g(x) = x^2 - 2x - 3$ . Να βρείτε τις εφαπτομένες των  $C_f, C_g$ , στα κοινά τους σημεία.

329. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = \frac{x^2}{2}$  και  $g(x) = \frac{x^2 + x - 1}{2x}$  έχουν κοινή εφαπτομένη σε ένα σημείο, ενώ οι εφαπτομένες σε ένα άλλο σημείο είναι κάθετες.

330. Έστω  $f(x) = x^2 + x$  και  $g(x) = x^2 - 2x + 3$ . Να εξετάσετε αν οι  $C_f, C_g$  δέχονται κοινή εφαπτομένη.

331. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = -\ln x$  και  $g(x) = e^{-x}$ . Αν  $A$  είναι το σημείο τομής της  $C_f$  με τον  $x'x$  και  $B$  το σημείο τομής της  $C_g$  με τον  $y'y$ , να αποδείξετε ότι η ευθεία  $AB$  είναι κοινή εφαπτομένη των  $C_f, C_g$ .

### Μη κοινές εφαπτομένες

332. Έστω οι συναρτήσεις  $f, g$  με  $f(x) = g\left(-\frac{1}{x^2}\right)$ . Αν η ευθεία  $\eta: y = 2x$  εφάπτεται της  $C_g$  στο  $x_0 = -1$  να βρείτε την εφαπτομένη της  $C_f$  στο  $x_1 = 1$ .

333. Έστω  $f$  μια παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  συνάρτηση για την οποία ισχύει  $f'(2) = 1$  και  $g$  η