ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1.1 Γραμμικά Συστήματα

ΘΕΩΡΙΑ

● **Γραμμική Εξίσωση**

Λέγεται κάθε εξίσωση της μορφής αx + βy = γ, με α ≠ 0 ή β ≠ 0. Η γραμμική εξίσωση παριστάνει ευθεία. Κάθε γραμμική εξίσωση έχει άπειρες λύσεις μορφής (x,y).

● **Γραμμικό Σύστημα 2 x 2**

Δύο γραμμικές εξισώσεις αx + βy = γ, α′x + β′y = γ′ στις οποίες ζητούμε τις κοινές λύσεις των δύο εξισώσεων αποτελούν ένα γραμμικό σύστημα.

● **Λύση Συστήματος**

Είναι κάθε ζεύγος αριθμών (x,y) που επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις του συστήματος.

● **Ισοδύναμα Συστήματα**

Συνήθως με κατάλληλη μετατροπή του αρχικού συστήματος, προκύπτει ισοδύναμο σύστημα. Τα ισοδύναμα συστήματα έχουν ίδιες ακριβώς λύσεις.

● **Τρόποι επίλυσης ενός συστήματος 2 x 2**

- ✓ Μέθοδος Αντικατάστασης
- ✓ Μέθοδος Αντίθετων Συντελεστών
- ✓ Μέθοδος Οριζουσών
- ✓ Γραφική Επίλυση

● **Λύση - Διερεύνηση γραμμικού συστήματος 2 x 2**

Για να λύσουμε το σύστημα: $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ σχηματίζουμε τις ορίζουσες:

$D = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{vmatrix} = \alpha\beta' - \alpha'\beta$, $D_x = \begin{vmatrix} \gamma & \beta \\ \gamma' & \beta' \end{vmatrix} = \gamma\beta' - \gamma'\beta$, $D_y = \begin{vmatrix} \alpha & \gamma \\ \alpha' & \gamma' \end{vmatrix} = \alpha\gamma' - \alpha'\gamma$

και έχουμε:

- ✓ Αν $D \neq 0$, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση την (x,y) με $x = \frac{D_x}{D}$ και $y = \frac{D_y}{D}$
- ✓ Αν $D = 0$, τότε το σύστημα είναι αδύνατο ή αόριστο.

● **Γραμμικό σύστημα 3 x 3**

Περιέχει τρεις γραμμικές εξισώσεις της μορφής αx+ βy+ γz = δ, με α ≠ 0 ή β ≠ 0 ή γ ≠ 0 και ζητούμε την τριάδα (x,y,z) που επαληθεύει και τις τρεις εξισώσεις.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - ΣΧΟΛΙΑ

- Το ζεύγος (x,y) αποτελεί λύση ενός συστήματος, αν επαληθεύει όλες τις εξισώσεις του.
- Η πιο συνηθισμένη μέθοδος επίλυσης ενός συστήματος 3 x 3, είναι η μέθοδος αντικατάστασης. Λύνουμε μια από τις τρεις ως προς τον έναν άγνωστο και αντικαθιστώντας στις άλλες δύο δημιουργούμε ένα σύστημα 2 x 2. Η λύση του συστήματος 2 x 2 μάς δίνει την τιμή των δύο αγνώστων και με αντικατάσταση βρίσκουμε την τιμή του τρίτου άγνωστου.
- Αν δύο ευθείες τέμνονται, τότε το σύστημα που αποτελείται από τις εξισώσεις τους έχει μοναδική λύση, που είναι το ζεύγος των συντεταγμένων του σημείου τομής των ευθειών.
- Αν δύο ευθείες είναι παράλληλες, τότε το αντίστοιχο σύστημα είναι αδύνατο, διότι δεν υπάρχει κοινό σημείο του οποίου οι συντεταγμένες είναι λύση του συστήματος.
- Αν δύο ευθείες ταυτίζονται, τότε το αντίστοιχο σύστημα έχει άπειρες λύσεις, διότι υπάρχουν άπειρα κοινά σημεία στις δύο ευθείες.
- Παραμετρικό θεωρείται το σύστημα που περιέχει εκτός από τους αγνώστους και παράμετρο στους συντελεστές του. Για τη λύση ενός παραμετρικού συστήματος, συνήθως χρησιμοποιείται η μέθοδος οριζουσών και διακρίνουμε περιπτώσεις $D \neq 0$ και $D = 0$.
- Όταν ένα γραμμικό σύστημα 2 x 2 έχει δύο τουλάχιστον διαφορετικές λύσεις, τότε έχει άπειρες λύσεις.
- Για την εύρεση των λύσεων του συστήματος (x,y), όταν δίνεται ισότητα που περιέχει D_x, D_y, D, δημιουργούμε ταυτότητες για την εύρεση των τιμών των D_x, D_y, D ή διαιρούμε με D (αν γνωρίζουμε την ύπαρξη μοναδικής λύσης).
- Αν υπάρχουν αρχικά περιορισμοί στους αγνώστους, τότε ελέγχουμε τις τελικές λύσεις με βάση τους περιορισμούς .
- Ομογενές λέγεται το σύστημα με τους σταθερούς όρους μηδέν. Κάθε ομογενές σύστημα έχει λύση τουλάχιστον τη μηδενική.
- Αν σε ένα σύστημα 2 x 2 ισχύει $D=0$ και $D_x\neq0$ ή $D_y\neq0$, τότε το σύστημα είναι αδύνατο.
- Αν $D = D_x = D_y = 0$, τότε το σύστημα είναι αόριστο, εκτός αν $\alpha = \alpha' = \beta = \beta' = 0$ και $\gamma \neq 0$ ή $\gamma' \neq 0$, οπότε το σύστημα είναι αδύνατο.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

i) Κάθε γραμμική εξίσωση έχει μορφή ....

ii) Κάθε γραμμική εξίσωση παριστάνει ....

iii) Το αόριστο σύστημα έχει ....λύσεις.

iv) Όταν έχουμε ευθείες παράλληλες, το αντίστοιχο σύστημα είναι ....

v) Όταν έχουμε σύστημα με μοναδική λύση, τότε οι αντίστοιχες ευθείες είναι....................

2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

i) Η εξίσωση $3x + y^2 = 4$ είναι γραμμική. Σ ☐ Λ ☐

ii) Η εξίσωση $αx + βy = γ$ παριστάνει πάντα ευθεία. Σ ☐ Λ ☐

iii) Αν δύο ευθείες είναι παράλληλες, τότε το αντίστοιχο σύστημα είναι αδύνατο. Σ ☐ Λ ☐

iv) Ένα γραμμικό σύστημα με δύο αγνώστους έχει μόνο μια λύση. Σ ☐ Λ ☐

v) Το παρακάτω σύστημα παριστάνει παράλληλες ευθείες: $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+6y=8 \end{cases}$ Σ ☐ Λ ☐

vi) Αν ένα γραμμικό σύστημα 2 x 2 έχει $D = 0$, τότε είναι αόριστο. Σ ☐ Λ ☐

vii) Αν $|D| + |D_x - 2| = 0$, τότε το σύστημα είναι αδύνατο. Σ ☐ Λ ☐

viii) Αν $D = D_x = D_y = 0$, τότε το σύστημα είναι αόριστο. Σ ☐ Λ ☐

ix) Αν $(D - 1)^2 + (D_x - 2)^2 + (D_y - 3)^2 = 0$, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση την $(x, y) = (2, 3)$. Σ ☐ Λ ☐

x) Το παρακάτω σύστημα έχει μοναδική λύση: $\begin{cases} λx-5y=4 \\ 2x+λy=1 \end{cases}$ $λ \in \mathbb{R}$ Σ ☐ Λ ☐

xi) Η εξίσωση $(λ - 3)x + (λ - 4)y = 5$, παριστάνει ευθεία για κάθε $λ \in \mathbb{R}$. Σ ☐ Λ ☐

xii) Ένα γραμμικό σύστημα 2 x 2 με σταθερούς όρους μηδέν, έχει πάντα λύση. Σ ☐ Λ ☐

xiii) Αν $|D| + |D_y + 3| = 0$, τότε το αντίστοιχο 2 x 2 γραμμικό σύστημα έχει μοναδική λύση. Σ ☐ Λ ☐

xiv) Αν δύο ευθείες ταυτίζονται τότε το αντίστοιχο 2 x 2 γραμμικό σύστημα των εξισώσεων τους, έχει ορίζουσα $D = 0$. Σ ☐ Λ ☐

xv) Το παρακάτω σύστημα είναι αόριστο: $\begin{cases} 0x+0y=5 \\ 0x+0y=0 \end{cases}$ Σ ☐ Λ ☐

xvi) Ισχύει πάντα η ισότητα: $\begin{vmatrix} α_1 & α_2 \\ β_1 & β_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} α_1 & β_1 \\ α_2 & β_2 \end{vmatrix}$ Σ ☐ Λ ☐

xvii) Το σύστημα: $\begin{cases} λ^2x-y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$ έχει μοναδική λύση για κάθε $λ \in \mathbb{R}$. Σ ☐ Λ ☐

3. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

i) Οι ευθείες $ε_1$: x = 5 και $ε_2$: y = 3 τέμνονται στο σημείο:

α) Α(1, 2) β) Β(-2, 3) γ) Γ(5, 3) δ) Δ(3, 5)

ii) Η λύση του συστήματος $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 5y = -4 \end{cases}$ είναι:

α) (x, y) = (1, 2) β) (x, y) = (2, 2) γ) (x, y) = (1, 1) δ) (x, y) = (0, 1)

iii) Το σύστημα $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$ είναι:

α) Αδύνατο β) Αόριστο γ) Έχει μοναδική λύση δ) Έχει δύο λύσεις

iv) Η ευθεία ε: 2x - 3y = 6 τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο:

α) Α(-3,0) β) Β(2,0) γ) Γ(-2,0) δ) Δ(3,0)

v) Η λύση του 2 x 2 συστήματος για το οποίο ισχύει $(D - 2)^2 + (D_x)^2 + (D_y)^2 = 0$ είναι:

α) (x,y) = (1,0) β) (x,y) = (0,0) γ) (x,y) = (-1,0) δ) (x, y) = (0,2)

vi) Λύση του συστήματος $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$ είναι:

α) (x,y,z) = (1,2,-3) β) (x,y,z) = (0,0,0) γ) (x,y,z) = (1,1,0) δ) (x,y,z) = (1,1,2)

vii) Το σύστημα $\begin{cases} |x - 1| + |y - 2| = 5 \\ 2|x - 1| + |y - 2| = -6 \end{cases}$ έχει:

α) μια λύση β) καμία λύση γ) άπειρες λύσεις δ) δύο λύσεις

viii) Αν για ένα σύστημα 2 x 2 με αγνώστους x, y ισχύει $D_x + 3D_y = 4D$, $(D \neq 0)$, τότε η λύση του συστήματος είναι:

α) (x, y) = (2, 3) β) (x, y) = (1, 1) γ) (x, y) = (2,-3) δ) (x, y) = (0, 1)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Α ομάδα

4. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$

α) Γραφικά β) Αλγεβρικά

5. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

α) $\begin{cases} x+3y=7 \\ 2x-5y=-8 \end{cases}$ β) $\begin{cases} 3x+4y=1 \\ 6x+8y=2 \end{cases}$ γ) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 4x+2y=6 \end{cases}$ δ) $\begin{cases} |x-y|=1 \\ x+2y=10 \end{cases}$

6. Να βρείτε το πλήθος λύσεων των παρακάτω συστημάτων, χωρίς να λυθούν:

α) $\begin{cases} 2x+6y=7 \\ 3x-4y=11 \end{cases}$ β) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 4x+6y=5 \end{cases}$ γ) $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x-2y=8 \end{cases}$ δ) $\begin{cases} x+y=5 \\ x+4y=7 \end{cases}$ ε) $\begin{cases} \frac{x}{2}=\frac{y}{5} \\ x+4y=22 \end{cases}$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\begin{vmatrix} x & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}=0$ β) $\begin{vmatrix} |x| & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=0$ γ) $\begin{vmatrix} x^2+3x & x \\ 4 & 1 \end{vmatrix}=0$ δ) $\begin{vmatrix} x^3 & 8x \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=0$

8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από τα σημεία Α(-1, 3) και Β(1, 2).

9. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

α) $\begin{cases} \dfrac{3x-y+2}{2}=\dfrac{x+y}{5} \\ \dfrac{x-2y-3}{3}=\dfrac{2x-y}{2} \end{cases}$ β) $\begin{cases} (x+5)(y+7)-(x+1)(y-9)=12 \\ 2x+10-3(y+1)=0 \end{cases}$

10. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών ε_1, ε_2 με εξισώσεις ε_1: $y = 2x + 3$, ε_2: $y = -x + 6$.

11. Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} 2|x|+3|y|=8 \\ |x|-4|y|=-7 \end{cases}$ β) $\begin{cases} \sqrt{x-2}+5\sqrt{y-3}=11 \\ -2\sqrt{x-2}+\sqrt{y-3}=0 \end{cases}$ γ) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}=7 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{4}{y}=-6 \end{cases}$

12. Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} x-2y+4z=3 \\ 2x-y+3z=4 \\ 4x-y-5z=-2 \end{cases}$ β) $\begin{cases} x-y-z=-6 \\ 2x+y+3z=22 \\ x-4y-6z=-40 \end{cases}$

γ) $\begin{cases} x-y=4 \\ y+2z=8 \\ x+5z=21 \end{cases}$ δ) $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x+2y+3z=0 \\ x-y-z=0 \end{cases}$

Β ομάδα

13. Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} x^2-y^2=0 \\ 2x+3y=10 \end{cases}$ β) $\begin{cases} x^3+y^2=12 \\ 2x^3-3y^2=4 \end{cases}$ γ) $\begin{cases} (x-2y)(x+3y)=0 \\ 2x+y=10 \end{cases}$ δ) $\begin{cases} \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5} \\ \dfrac{x+2y-z}{6}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

14. Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} x^2 + 5(y+z^2) = 4 \\ y + 5(x^2+z^2) = 7 \\ z^2 + 5(x^2+y) = 11 \end{cases}$ β) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12} \\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{24} \\ \frac{1}{z}+\frac{1}{x}=\frac{3}{8} \end{cases}$

15. Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει:

$D^2 + D_x{}^2 + D_y{}^2 - 2D + 4D_x + 6D_y = -14$

α) Να δείξετε ότι: $(D - 1)^2 + (D_x + 2)^2 + (D_y + 3)^2 = 0$

β) Να βρείτε τις τιμές των x, y.

16. Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει:

$-7D + 3D_x + 4D_y = 0$ και $3D - 4D_x + D_y = 0$.

Αν το σύστημα έχει μοναδική λύση, να βρείτε ποια είναι.

17. Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει:

$\begin{cases} D + D_x = 4 \\ D + 3D_y = 9 \\ D_x - D_y = -1 \end{cases}$ Να βρείτε τη λύση (x,y) του συστήματος, αν $D \neq 0$.

18. Να λύσετε τα συστήματα για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$:

α) $\begin{cases} (\lambda+1)x + 8y = 4\lambda \\ \lambda x + (\lambda+3)y = 3\lambda+1 \end{cases}$ β) $\begin{cases} \lambda^2 x + y = 1 \\ x + y = 2\lambda - 1 \end{cases}$

γ) $\begin{cases} \lambda x + 4y = 2 \\ x + \lambda y = 2\lambda - 2 \end{cases}$ δ) $\begin{cases} (\lambda-1)x + y = 1 \\ 2x + \lambda y = \lambda^2 - 2 \end{cases}$

19. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε τα παρακάτω συστήματα να είναι ταυτοχρόνως αδύνατα: $\begin{cases} \lambda x + y = 2 \\ x + \lambda y = 4\lambda + 1 \end{cases}$ (Σ_1) $\begin{cases} (\lambda+1)x + y = 4\lambda - 3 \\ 2x + \lambda y = 5\lambda \end{cases}$ (Σ_2)

20. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ διέρχεται από τα σημεία Α(1,2), Β(2,7) και Γ(0,1).

α) Να βρείτε τις τιμές των α, β, γ.

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία ε: y = 2x.

21. Να λύσετε το σύστημα για τις διάφορες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + \mu y = \mu^2 + \mu \end{cases}$

22. Έστω ένα γραμμικό σύστημα 2 x 2 με αγνώστους x, y και για τις ορίζουσες τους D, D_y, D_x ισχύει: $9D^2 + 2D_x^2 + 4D_y^2 \leq 6D\cdot D_x + 4D_x\cdot D_y$. Αν το σύστημα έχει μοναδική λύση, να την προσδιορίσετε.

23. Να λύσετε την εξίσωση: $|2x + y - 2| + |3x - y + 12| = 0$.

24. Να λύσετε την εξίσωση: $(κ + 2λ + 3)^2 + (-2κ + λ - 1)^2 = 0$.

25. Να βρείτε τις τιμές του $κ \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το σύστημα:

$\begin{cases} 2x - y = 1 - κ^2 \\ 3x + 2y = 2κ^2 + 7κ + 5 \end{cases}$ έχει λύση (x,y) η οποία ικανοποιεί την ανίσωση: $x - \sqrt{y} < 6$.

26. Δίνονται οι ευθείες $ε_1$: $λx + y = λ+2$ και $ε_2$: $4x + λy = 8$. Να βρείτε τις τιμές του $λ \in \mathbb{R}$ (αν υπάρχουν) για τις οποίες οι ευθείες $ε_1$, $ε_2$:
α) έχουν ένα κοινό σημείο β) είναι παράλληλες γ) ταυτίζονται δ) είναι κάθετες

27. Σε ένα γραμμικό σύστημα 2 x 2 με αγνώστους x, y και για τις ορίζουσες τους D, D_y, D_x ισχύει: $2D^2 + 4D_x^2 + 4DD_x + 6DD_y + 9D_y^2 = 0$. Να βρείτε τη λύση του συστήματος, αν γνωρίζετε ότι είναι μοναδική.

28. Να βρείτε διψήφιο αριθμό που έχει άθροισμα ψηφίων 9 και με την εναλλαγή των ψηφίων του προκύπτει αριθμός κατά 27 μεγαλύτερος.

29. Από έναν μαθητή ζητήθηκε να συμπληρώσει ένα τεστ 20 ερωτήσεων τύπου Σωστό, Λάθος. Σε κάθε σωστή απάντηση κέρδιζε 10 βαθμούς και σε κάθε λανθασμένη απάντηση έχανε 5 βαθμούς. Να βρείτε πόσες ήταν οι σωστές απαντήσεις και πόσες οι λανθασμένες αν έλαβε συνολικά βαθμό 80.

30. Για την παρασκευή διαλύματος 300 gr οξέος περιεκτικότητας 20% αναμειγνύονται δύο διαλύματα του οξέος αυτού περιεκτικότητας 15% και 24%. Να βρείτε πόσα gr από κάθε διάλυμα πρέπει να χρησιμοποιηθούν.

31. Δύο βρύσες γεμίζουν μια δεξαμενή, η πρώτη σε 4 ώρες και η δεύτερη σε 8 ώρες. Ανοίγουμε την πρώτη βρύση και μετά από κάποιο χρονικό διάστημα την κλείνουμε και ανοίγουμε την δεύτερη μέχρι η δεξαμενή να γεμίσει τα $\frac{7}{8}$ αυτής. Να βρεθεί πόση ώρα ήταν ανοικτή η κάθε βρύση, αν γνωρίζουμε ότι ήταν ανοικτές και οι δύο βρύσες συνολικά 6 ώρες.

32. Δύο αυτοκίνητα απέχουν μεταξύ τους 120 km. Αναχωρούν ταυτόχρονα από τις πόλεις Α και Β. Αν κινούνται επί της διαδρομής ΑΒ στην ίδια κατεύθυνση, θα συναντηθούν σε 12 ώρες· αν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, θα συναντηθούν σε 2 ώρες. Να βρείτε την ταχύτητα του κάθε αυτοκινήτου.

33. Με ένα κρουαζιερόπλοιο ταξίδεψαν 1200 τουρίστες. Τα εισιτήρια που πλήρωσαν για αυτό το ταξίδι αντιστοιχούσαν σε 3 θέσεις. Η Α θέση κόστιζε 400 Ευρώ, η Β θέση 300 Ευρώ και η Γ θέση είχε κόστος 200 Ευρώ. Αν το πλήθος αυτών που επέλεξε τη Γ θέση, είναι το ίδιο με αυτών που επέλεξαν τις Α και Β θέσεις και τα συνολικά έσοδα από την κρουαζιέρα ήταν για την εταιρεία 320.000 Ευρώ, να βρείτε πόσοι ταξίδεψαν στην κάθε θέση.

ΤΕΣΤ 1ο

ΘΕΜΑ 1ο: Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

i) Κάθε γραμμική εξίσωση έχει άπειρες λύσεις. Σ ☐ Λ ☐

ii) Αν ισχύει $(D - 1)^2 + (D_x - D_y)^2 = 0$, τότε το γραμμικό σύστημα με αγνώστους x, y έχει μοναδική λύση. Σ ☐ Λ ☐

iii) Το γραμμικό σύστημα: $\begin{cases} x + y = 1 \\ \kappa x + \kappa y = \kappa \end{cases}$ με $\kappa \in \mathbb{R}$ είναι αόριστο. Σ ☐ Λ ☐

iv) Οι ευθείες ε_1: $y = \kappa^2 x + 2$, ε_2: $y = x + 3$ με $\kappa \in \mathbb{R}$ τέμνονται. Σ ☐ Λ ☐

v) Το παρακάτω σύστημα: $\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ είναι γραμμικό. Σ ☐ Λ ☐

ΘΕΜΑ 2ο: Να λύσετε το παρακάτω σύστημα για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \lambda^2 x + y = -1 \\ (\lambda + 6)x + y = \lambda + 1 \end{cases}$$

ΤΕΣΤ 2ο

ΘΕΜΑ 1ο: Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

i) Η εξίσωση y - 2 = 0 παριστάνει ευθεία κάθετη στον άξονα x'x. Σ ☐ Λ ☐

ii) Η ευθεία x - 3y = 1 τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο Α(1, 0). Σ ☐ Λ ☐

iii) Οι ευθείες ε_1: x + 2y =1 και ε_2: 2x + 4y = 2 ταυτίζονται. Σ ☐ Λ ☐

iv) Οι ευθείες ε_1: x + 4 = 0, ε_2: y + 3 = 0 είναι κάθετες. Σ ☐ Λ ☐

v) Το σημείο Α(3, $\sqrt{2}$) ανήκει στην ευθεία ε: x + $\sqrt{2}$ y = 5. Σ ☐ Λ ☐

ΘΕΜΑ 2ο: Να βρεθεί η τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε το παρακάτω σύστημα να έχει μοναδική λύση:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 3y = 9 \\ x + \kappa y = 10 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 3ο: Να βρείτε δύο φυσικούς αριθμούς που έχουν άθροισμα 20, αν το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης τους ισούται με 2.