4.3 Πολυωνυμικές Εξισώσεις και Ανισώσεις

ΘΕΩΡΙΑ

● **Πολυωνυμική εξίσωση βαθμού ν**

Λέγεται κάθε εξίσωση της μορφής $\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$, $\alpha_\nu \neq 0$.

● **Ρίζα πολυωνυμικής εξίσωσης**

Λέγεται κάθε ρίζα ρ του πολυωνύμου $P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$, δηλαδή ισχύει $P(\rho) = 0$.

● **Λύση της εξίσωσης P(x) = 0**

Αναλύουμε το πολυώνυμο P(x) σε γινόμενο παραγόντων $P(x) = P_1(x)\cdots P_\kappa(x)$, οπότε $P(x)=0 \Leftrightarrow P_1(x) = 0$ ή … ή $P_\kappa(x) = 0$.

● **Θεώρημα (ακεραίων ριζών)**

Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_\nu x^\nu + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$ ($\alpha_\nu \neq 0$) με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε ο ρ είναι διαιρέτης του α_0.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - ΣΧΟΛΙΑ

● Αν ρ είναι ακέραιος και διαιρέτης του α_0, τότε δεν είναι πάντα ρίζα της εξίσωσης.

● Οι διαιρέτες του σταθερού όρου α_0 είναι πιθανές ακέραιες ρίζες της εξίσωσης.

● Αν ρ είναι ακέραιος και δεν είναι διαιρέτης του α_0, τότε δεν είναι ρίζα της εξίσωσης.

● Αν η εξίσωση έχει μόνο άρτιες δυνάμεις του x και όλοι οι συντελεστές είναι ομόσημοι, τότε δεν έχει ρίζες.

● Αν η εξίσωση $\alpha_\nu x^\nu + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$, ($\alpha_\nu \neq 0$) έχει ακέραιους συντελεστές και $\frac{\kappa}{\lambda}$ (ανάγωγο κλάσμα) είναι ρητή ρίζα της εξίσωσης, τότε ο κ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 και ο λ διαιρέτης του συντελεστή α_ν. Δηλαδή, οι **μόνες πιθανές ρητές ρίζες** είναι όλα τα ανάγωγα κλάσματα με αριθμητή κάποιο διαιρέτη του α_0 και παρονομαστή κάποιο διαιρέτη του α_ν.

- Για την **επίλυση ανισώσεων** μορφής $P(x) > 0$ ή $P(x) < 0$ παραγοντοποιούμε το πολυώνυμο στη μορφή $P_1(x) \cdot P_2(x) \cdots P_\kappa(x)$ (πρωτοβάθμιοι ή δευτεροβάθμιοι παράγοντες) και βρίσκουμε το πρόσημο των $P_1(x), P_2(x), \ldots, P_\kappa(x)$.
- Όταν η εξίσωση έχει ρητούς συντελεστές, τότε την μετατρέπουμε σε ισοδύναμη με ακέραιους συντελεστές, κάνοντας απαλοιφή των παρονομαστών και χρησιμοποιούμε το θεώρημα των ακεραίων ριζών.
- Αν το ρ είναι ρίζα της $P(x) = 0$, μέσω του σχήματος Horner βρίσκουμε το πηλίκο $\pi(x)$, ώστε $P(x) = (x - \rho)\pi(x)$. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία με το $\pi(x)$ μέχρι να καταλήξουμε σε πηλίκο 2ου βαθμού.
- Αντίστροφη λέγεται η εξίσωση για την οποία, αν $\rho \neq 0$ είναι ρίζα αυτής, τότε ο αριθμός $\frac{1}{\rho}$ είναι επίσης ρίζα αυτής. Η μορφή της αντίστροφης είναι $\alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 \pm \beta x \pm \alpha = 0$, $\alpha \neq 0$, η οποία λύνεται διαιρώντας με x^2 και θέτοντας $x \pm \frac{1}{x} = y$ ή με παραγοντοποίηση.
- Για την εύρεση των τιμών του x, για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω (κάτω) από τον άξονα xx′, λύνουμε την ανίσωση $f(x) > 0$, ($f(x) < 0$).
- Για να βρούμε τα **σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων** των συναρτήσεων f, g, λύνουμε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.
- Για την **εύρεση του πρόσημου** του πολυωνύμου $P(x)$ παραγοντοποιούμε το πολυώνυμο σε γινόμενο πρωτοβάθμιων ή δευτεροβάθμιων παραγόντων, κατόπιν κατασκευάζουμε τον πίνακα και βρίσκουμε το πρόσημο του γινομένου τους.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

i) Η εξίσωση $x^{2\nu} + 2\kappa x^2 + 1 = 0$, $\kappa \in \mathbb{Z}^*$ έχει ρίζες ακέραιες αν:

α) $\kappa = -1$ β) $\kappa = 1$ γ) $\kappa = 0$ δ) $\kappa = -2$

ii) Η εξίσωση $x^3 - 6x^2 + \kappa x + 4 = 0$, $\kappa \in \mathbb{Z}$ αποκλείεται να έχει ρίζα τον αριθμό:

α) -1 β) -2 γ) 1 δ) 5

iii) Ποιας συνάρτησης η γραφική παράσταση αποκλείεται να τέμνει τον άξονα x′x:

α) $f(x) = (x - 2)^2 - 2x - 4$ β) $g(x) = x^3 + 3x$

γ) $\zeta(x) = x^5 - 5x - 4$ δ) $\delta(x) = (x + 1)^4 + x^2 + 5$

iv) Ποιας συνάρτησης η γραφική παράσταση βρίσκεται κάτω από τον άξονα x′x:

α) $f(x) = x^4 + 3x + 1$ β) $g(x) = - x^4 - 2x^2 - 5$ γ) $h(x) = x^5 + 3x^2 + 8$

v) Πιθανή ρίζα της εξίσωσης $x^3 + λ^2x + 16 = 0$ είναι:

α) 1 β) -2 γ) 4 δ) 8

vi) Η εξίσωση $x^3 + κx^2 + 6x - 1 = 0$ έχει θετική ακέραια ρίζα όταν η τιμή του κ είναι:

α) 4 β) -10 γ) - 6 δ) 0

vii) Το θεώρημα των ακεραίων ριζών μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην εξίσωση:

α) $x^3 - 6x + 5 = 0$ β) $x^4 + 7x + \sqrt{2} = 0$ γ) $x^3 + \sqrt{3}x + 10 = 0$

2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

i) Αν ο ακέραιος ρ ≠ 0 είναι ρίζα μιας εξίσωσης με ακέραιους συντελεστές, τότε ο αριθμός ρ είναι διαιρέτης του $α_0$. Σ ☐ Λ ☐

ii) Αν η εξίσωση έχει ακέραιους συντελεστές και ο ακέραιος ρ δεν είναι διαιρέτης του $α_0$, τότε ο ρ δεν είναι ρίζα της εξίσωσης. Σ ☐ Λ ☐

iii) Αν οι συντελεστές $α_ν,…,α_1, α_0$ είναι ακέραιοι ομόσημοι, τότε η εξίσωση: $α_νx^ν + α_{ν-1} x^{ν-1} + …+ α_1 x + α_0 = 0$ δεν έχει θετικές ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

iv) Κάθε διαιρέτης του $α_0$ είναι ρίζα της εξίσωσης. Σ ☐ Λ ☐

v) Αν σε μια εξίσωση έχουμε $α_0 = 0$, τότε ο αριθμός 0 είναι ρίζα της εξίσωσης. Σ ☐ Λ ☐

vi) Αν όλοι οι συντελεστές $α_ν,…,α_1, α_0$ είναι θετικοί, τότε η εξίσωση δεν έχει αρνητική ρίζα. Σ ☐ Λ ☐

vii) Η εξίσωση $x^3 + κx^2 + λx + μ = 0$, με κ, λ, μ $\in \mathbb{Z}$, έχει μια τουλάχιστον ακέραια ρίζα. Σ ☐ Λ ☐

viii) Αν η εξίσωση $2x^3 + 4x^2 + 5x + 1 = 0$ έχει ρητή ρίζα, τότε θα είναι το $\frac{1}{2}$. Σ ☐ Λ ☐

ix) Το θεώρημα των ακεραίων ριζών μας βοηθάει πάντα να βρούμε μια λύση. Σ ☐ Λ ☐

x) Αν μια εξίσωση δεν έχει ούτε ακέραιες ρίζες ούτε ρητές, τότε δεν έχει ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

xi) Η εξίσωση $x^5 + 4x^3 + 6x - 10 = 0$, έχει το πολύ 5 ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

xii) Η εξίσωση $x^3 + x^2 + x + 10 = 0$, έχει θετική ρίζα. Σ ☐ Λ ☐

xiii) Για την εύρεση των τιμών του x, για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g, λύνουμε την ανίσωση $f(x) \geq g(x)$. Σ ☐ Λ ☐

xiv) Η εξίσωση: $x^{2κ+1} + x^{2κ} + x + 1 = 0$ δεν έχει ακέραια ρίζα. Σ ☐ Λ ☐

xv) Η παρακάτω εξίσωση: $x^4 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ είναι αντίστροφη. Σ ☐ Λ ☐

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Α ομάδα

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$ β) $(2x + 1)^3 = 27$ γ) $x^3 - 6x^2 + 4x + 1 = 0$

δ) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ ε) $6x^3 - 7x^2 + 1 = 0$ στ) $2x^3 + 3x^2 - 2x - 3 = 0$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $6x^3 - 23x^2 - 5x + 4 = 0$ β) $x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0$

γ) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$ δ) $x^3 + 3x^2 + 7x + 10 = 0$

ε) $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 2x - 4 = 0$ στ) $x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2 = 0$

5. Να αποδείξετε ότι δεν έχουν ακέραιες λύσεις οι εξισώσεις:

α) $x^3 + x^2 + 2 = 0$ β) $x^4 + x^3 - x - 3 = 0$

γ) $x^3 + α^2x^2 - x + 1 = 0$, $α \in \mathbb{R}$ δ) $x^4 + α^2x^2 + αx + 1 = 0$, $α \in \mathbb{R}$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(3x + 1)^6 - 9(3x + 1)^3 + 8 = 0$ β) $(x - 1)^4 - 4(x - 1)^2 + 3 = 0$

γ) $(x^2 + 2x - 2)^2 + 2(x^2 + 2x - 1) - 5 = 0$ δ) $(x^2 + x)^4 + (x^2 + x + 1)^2 - 1 = 0$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2\sqrt{2}ημ^3x - (2 + \sqrt{2})ημ^2x + (1 - \sqrt{2})ημx + 1 = 0$

β) $2συν^3x + 3συν^2x + 3συνx + 1 = 0$ γ) $(2ημx - 1)^4 + 6(2ημx - 1)^2 - 7 = 0$

8. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^{31} + x^2 - 8x + 16$ δεν έχει θετικές ρίζες.

9. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x^3 + 2x \leq x^2 + 2$ β) $x^3 - 2x^2 \geq 5x - 6$ γ) $3x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x - 2 \leq 0$

10. Αν κ ακέραιος αριθμός, να δείξετε ότι η εξίσωση: $5x^{4ν} - 7κx + 1 = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

11. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = 0$ β) $6x^4 + 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$

γ) $x^3 - 6x + 3\sqrt{3} = 0$ δ) $x^3 - \sqrt{2}\,x^2 - 2x + 2\sqrt{2} = 0$

12. Δίνεται το πολυώνυμο $F(x) = x^3 - x^2 + 3x - 3$

α) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του F(x) με το x - 2.

β) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του F(x) με το x - 1.

γ) Να λύσετε την εξίσωση: F(x) = 0. (Πανελλήνιες Εξετάσεις)

13. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = αx^3 + (β - 1)x^2 - 3x - 2β + 6$, α, β $\in \mathbb{R}$.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x + 1 είναι ίσο με 2, να βρείτε τα α και β.

β) Για α = 2 και β = 4 να λύσετε την ανίσωση P(x) > 0. (Πανελλήνιες Εξετάσεις)

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{1}{6}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{6}x + 1 = 0$ β) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 2x + 6 = 0$ γ) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + 1 = 0$

Β ομάδα

15. Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 3x^2 + αx + β$ έχει ρίζα x = 2, να δείξετε ότι:

$4 \leq 2|α| + |β|$

16. Αν η εξίσωση $x^3 + αx^2 + βx + γ = 0$ έχει ρίζα τον αριθμό ρ και ισχύει $ρ^2 + β = 0$, να αποδείξετε ότι οι άλλες ρίζες είναι το - ρ και το - α.

17. Να δείξετε ότι ο ακέραιος $7^{2ν+1} - 1$ διαιρείται με τον αριθμό 6.

18. Να βρείτε τα σημεία τομής του άξονα x΄x και της γραφικής παράστασης των συναρτήσεων:

α) $f(x) = x^3 - 8x^2 + 5x + 14$ β) $g(x) = x^3 + \frac{11}{2}x^2 + \frac{17}{2}x + 3$

19. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = x^3 - 7x - 6$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα x΄x.

20. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων:

$f(x) = 2x^4 + 4x^2 + 12$ και $g(x) = 9x^3 - 10x^2 + 9x + 10$.

21. Δίνεται η εξίσωση $x^3 + 3x^2 + 7x - 1 = 0$. Αν ο αριθμός ρ είναι ρίζα αυτής, να δείξετε ότι: $|\rho| < 12$.

22. Δίνεται ορθογώνιο με διαστάσεις $x^2 + 3$ και $x - 2$. Να βρείτε τις διαστάσεις του, αν έχει εμβαδόν 12 τετραγωνικές μονάδες.

23. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x^2 + x + 2}$ β) $g(x) = \dfrac{x^5 + 6}{x^4 - 4x^3 - x^2 + 4x}$

24. Να βρείτε τις κοινές ρίζες των πολυωνύμων:

$P(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 4x - 3$ και $Q(x) = 3x^3 + 10x^2 + 2x - 3$

25. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = x^3 - 2x^2 - 10x - 8$ και της ευθείας ε: $y = 3x + 2$. Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από την ευθεία ε;

26. Να βρείτε την τιμή του α, ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = x^3 + 2x + \alpha^3 + \alpha^2$ και η ευθεία ε: $y = x + 4$, να τέμνονται σ' ένα σημείο με τετμημένη $x = 1$.

27. Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε η καμπύλη της $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 5$ και η ευθεία ε: $y = x + 2$ να εφάπτονται στο σημείο Α με τετμημένη $x = 1$.

28. Να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \kappa x^3 + \lambda x^2 - x - 2$, να έχει παράγοντα $x^2 - 1$. Για αυτές τις τιμές των κ, λ, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

29. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $(x^3 - 9x)(-x + 4) \geq 0$ β) $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 9x + 20) \leq 0$

γ) $\dfrac{2x^3 + 3x^2 + 9x + 1}{x - 6} < 1$ δ) $\dfrac{x^3 + 4x}{4x^2 + 1} > 1$

30. Να λυθεί η ανίσωση: $x^6 - 2x^4 - 7x^2 - 4 \geq 0$

31. Να βρείτε το πρόσημο του πολυωνύμου: $P(x) = x^4 + x^3 + x^2 - x - 2$.

32. Να βρείτε το πρόσημο του πολυωνύμου: $P(x) = (x - 1)^{12}(-x + 2)^{2015}(x + 1)^{33}$.

33. Δίνεται το πολυώνυμο P για το οποίο ισχύει: $P(x + 1) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8$. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

34. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 4x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$. Αν ο αριθμός ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου, να δείξετε ότι: $|\rho| < \frac{5}{4}$.

35. Ένας ασθενής λαμβάνει αντιπυρετικό. Η συνάρτηση που δίνει τη θερμοκρασία του είναι $T(x) = x^3 - 2x^2 - x + 42$ °C, x σε ώρες, με $0 \leq x \leq 1$.

α) Να βρείτε πόση ήταν η θερμοκρασία του όταν άρχισε να λαμβάνει το αντιπυρετικό.

β) Να βρείτε σε πόση ώρα, από την έναρξη της λήψης, η θερμοκρασία του θα είναι 40°.

36. Το κόστος παραγωγής μιας βιομηχανίας x εξαρτημάτων (σε δεκάδες) δίνεται από το τύπο $K(x) = x^3 + x + 30$ σε εκατοντάδες Ευρώ.

α) Να βρείτε το πάγιο κόστος της βιομηχανίας

β) Να εξετάσετε πόσα εξαρτήματα πρέπει να παράγει η βιομηχανία, ώστε το κόστος να ξεπεράσει τα 3200 Ευρώ.

37. Μια κλειστή δεξαμενή νερού έχει σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και βάση τετράγωνο πλευράς x m και ύψος x + 3 m.

α) Να βρείτε τον όγκο της δεξαμενής, ως συνάρτηση του x.

β) Να βρείτε τη τιμή του x, αν η δεξαμενή είναι χωρητικότητας 54000 λίτρων νερού.

γ) Να βρείτε την ολική επιφάνεια της δεξαμενής, καθώς και πόσο κόστισε, αν γνωρίζουμε ότι η λαμαρίνα έχει κόστος 6 Ευρώ /m^2.

38. Τα ημερήσια έσοδα μιας επιχείρησης από την πώληση x προϊόντων (σε εκατοντάδες) δίνονται από τη συνάρτηση $E(x) = x^4 + x^3$ (σε χιλιάδες Ευρώ). Το κόστος παραγωγής των x προϊόντων δίνεται από τη συνάρτηση $K(x) = 3x^2 + 4x$ (σε χιλιάδες Ευρώ).

α) Να βρείτε τη συνάρτηση του κέρδους.

β) Να βρείτε πόσα προϊόντα πρέπει να παράγει η επιχείρηση, ώστε τα κέρδη να είναι 4000 Ευρώ.

ΤΕΣΤ 1ο

ΘΕΜΑ 1ο: Α. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $α_ν x^ν+α_{ν-1} x^{ν-1}+...+α_1 x + α_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $ρ \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης , τότε να δείξετε ότι ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου $α_0$.

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

i) Το πολυώνυμο $P(x) = (ημθ)x^3+x^2 +1$, έχει πιθανή ρίζα $x = 1$. Σ ☐ Λ ☐

ii) Το πολυώνυμο $P(x) = x^5 - κx^4 + κx^3 - 6x$, έχει ρίζα $x = 0$. Σ ☐ Λ ☐

iii) Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + 5x^2 + 3$, έχει τουλάχιστον 4 ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

iv) Κάθε πολυώνυμο έχει ακέραιες ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

v) Κάθε πολυώνυμο περιττού βαθμού έχει μια τουλάχιστον ρίζα. Σ ☐ Λ ☐

ΘΕΜΑ 2ο: Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^3 + (α - β + 1)x^2 + (α - β - αβ)x - αβ = 0, \quad με\ α, β \in \mathbb{Z}.$$

ΤΕΣΤ 2ο

ΘΕΜΑ 1ο: Α. Αν $ρ \neq 0$ ρίζα της εξίσωσης $αx^4 + βx^4 + γx^2 + βx + α = 0$, να αποδείξετε ότι και ο αριθμός $\frac{1}{ρ}$ είναι ρίζα της εξίσωσης.

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

i) Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + (συνθ + 2)x + 1$ δεν έχει ακέραιες ρίζες με $θ \in \mathbb{R}$. Σ ☐ Λ ☐

ii) Η ευθεία $x = 0$ και η γραφική παράσταση της $f(x) = x^3$ τέμνονται. Σ ☐ Λ ☐

iii) Τα πολυώνυμα $P(x) = x^2$ και $Q(x) = x^4 + x^2$ έχουν κοινές ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

iv) Για κάθε $κ \in \mathbb{R}$, η εξίσωση: $κx^3 - 4x - 8 = 0$ έχει 3 ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

v) Κάθε πολυώνυμο P(x) έχει πάντα διαφορετικές ρίζες. Σ ☐ Λ ☐

ΘΕΜΑ 2ο: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x^2 + κx + 8$, της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα x′x στο σημείο Α(2,0).

α) Να βρείτε την τιμή του κ.

β) Σε ποια άλλα σημεία τέμνει τον άξονα x′x;

γ) Για ποιες τιμές του x, η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα x′x.