

1.15. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στην ευθεία (ε) : $4x - 3y = 4$ και είναι ομόκεντρος με τον (C) : $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$.

[Απ. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$]

1.16. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών (ε_1) : $x - 3y = 8$, (ε_2) : $y = 3x - 16$ και είναι ομόκεντρος με τον (C) : $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 5 = 0$.

[Απ. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 17$]

1.17. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία $A(1,1)$, $B(1,-1)$ και $\Gamma(2,0)$.

[Απ. $(x-1)^2 + y^2 = 1$]

1.18. Να βρείτε την εξίσωση του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$ με κορυφές $A(1,2)$, $B(-3,-1)$ και $\Gamma(1,3)$.

[Απ. $x^2 + y^2 + 5x - 5y = 0$]

1.19. Δίνεται ο κύκλος (C) : $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 8$.

α) Δείξτε ότι το σημείο $M(3,1)$ βρίσκεται στο εσωτερικό του κύκλου.

β) Βρείτε την εξίσωση της χορδής του η οποία έχει μέσο το σημείο M .

[Απ. $x+2y=5$]

1.20. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στις ευθείες (ε_1) : $x+2y=0$, (ε_2) : $x+2y-10=0$ και διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.

[Απ. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$, $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$]

1.21. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στην ευθεία (ε_1) : $x+y+2=0$ και στην ευθεία (ε_2) : $x-y-4=0$ στο σημείο της $A(2,-2)$.

[Απ. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$, $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 2$]

1.22. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(4,0)$ και αποκόπτει από τον άξονα $y'y$ χορδή με μήκος 6.

[Απ. $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$, $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 25$]

1.23. Δίνεται ένα τρίγωνο με κορυφές $A(2\lambda-1, 3\lambda+2)$, $B(1,2)$, $\Gamma(2,3)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ με $\lambda \neq -2$.

α. Να αποδείξετε ότι το A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο \mathbb{R} .

β) Εάν $\lambda = 1$, να βρείτε:

i) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

ii) Την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την κορυφή $A(1,5)$ και εφάπτεται στην ευθεία $B\Gamma$.

[Απ. α) $3x-2y+7=0$ β) i) $\frac{3}{2}$ τ.μ. ii) $(x-1)^2 + (y-5)^2 = \frac{9}{2}$]

1.24. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες ε_1 : $3x + 4y + 6 = 0$ και ε_2 : $3x + 4y + 16 = 0$.

α) Να βρείτε την απόσταση των παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2 .

β) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο τομής της ευθείας ε_1 με τον άξονα $x'x$ και αποκόπτει από την ευθεία ε_2 χορδή μήκους $d = 4\sqrt{3}$.

[Απ. α) 2 β) $(x+2)^2 + y^2 = 16$]

1.25. Βρείτε την εξίσωση της κοινής χορδής των κύκλων

(C_1) : $x^2 + y^2 - 4x + 3y = 0$ και (C_2) : $2x^2 + 2y^2 + x - 4y = 0$

[Απ. $y = \frac{9}{10}x$]