

1) Αν  $f$  κρτη στο σύνολο  $\mathbb{R}$  και  $a < b$  τότε  
 $f(x) - f(a) \leq f'(a)(x-a), x \in [a, b]$

2) Δίνεται  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $(f'(x))^3 + (f'(x))^2 + f'(x) = e^x + x - 1$   
 να δείξετε ότι

α) υπάρχει αριθμός ένα σημείο  $\xi$ ,  $f$  με ορισμένα  
 εφάρμοξη

β)  $f$  κρτη στο  $\mathbb{R}$

3) Δίνεται  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) + e^{f(x)} = 1 + x - x^2 - e^x$   
 $x \in \mathbb{R}$ , παραγωγίσιμη δύο φορές

1)  $f$  δεν έχει σημεία καμπής

ii) έχει άριστα ένα τοπ. άκρο

4) Δίνονται οι συναρτήσεις

α)  $f(x) = e^{2x} + 4(e^{x+1} + e^x) + 2e(x^2 - 1)$

β)  $g(x) = 1 + 2x^2 + 2x^2(\ln x - 2)^2$

να μελετήσει η κρτη και γα.  $\Sigma$  κατ'ημ.

5) Δίνεται  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0, b^2 = 3ac$

να δείξετε ότι δεχεται στο σημείο καμπής ορισμένα  
 εφάρμοξη

6) Δίνεται  $f(x) = 2ae^x - x^2, a > 0$

να βρεθεί ο γ. τοπος του σημείο καμπής

7) Αν  $f$  κρτη στο  $\mathbb{R}$  και  $a < b$  να δείξετε ότι

$$f(x) \geq f(b) + (x-a)f'(a), x \in [a, b]$$

8) Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $(x^2 + x + 1)f''(x) + xe^{f(x)} = 0, x \in \mathbb{R}$

να δείξετε ότι η γραφ. παραστάση  $\gamma$ ,  $f$  έχει ένα  
 άριστα κατ'ημ.

9) Έστω  $f(x) = ax^2 + \frac{1}{x^2} + 2008, a \neq 0$ . Αν κρτη  $f$   
 παραστάση άκρο, να αποδείξετε ότι δεν έχει σημ. καμπής.