447. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=3e^{2x-1}+2$, με $x\geq\frac{1}{2}$

α) Να μελετήσετε την μονοτονία της f.

β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της.

γ) Να βρείτε την f^{-1} .

448. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=e^{x}+e^{2x}-2,\ x\in\mathbb{R}$.

α) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

β) Να βρείτε το πρόσημο των αριθμών $f\left(-\frac{1}{100}\right)$ και $f\left(\frac{1}{100}\right)$.

γ) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\sqrt[10]{5}\right)$, $f\left(\sqrt[20]{10}\right)$ και $f\left(\sqrt[30]{15}\right)$.

449. Δίνεται συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη στο $[\alpha,\beta]$, για την οποία ισχύει ότι: $f(\alpha)=f(\beta)=0$ και $f''(x)<0$ για κάθε $x\in(\alpha,\beta)$. Να αποδείξετε ότι $f(x)>0$ για κάθε $x\in(\alpha,\beta)$.

450. Δίνεται συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη στο $[\alpha,\beta]$ με $f''(x)<0$ για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$ και $f(\alpha)=f(\beta)$. Να αποδείξετε ότι $f'(\alpha)f'(\beta)<0$.

Απόδειξη ανισοτήτων με παράγουσα βοηθητική συνάρτηση

451. Δίνεται συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, τέτοια ώστε να ισχύει : $f'(x)>(1-x)f''(x)$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

452. Να αποδείξετε ότι:

α) $\ln(x-1)<x-2\ ,\ x>2$ β) $e^{x}(x+1)>1\ ,\ x>0$. γ) $x\sigma\upsilon\nu x<\eta\mu x,\ x\in(0,\pi)$

δ) $e^{x}-1>x+\frac{x^2}{2}\ ,x>0$ ε) $e^{x}<(1+x)^{1+x},x>0$ στ) $\ln x<e^{x-1}-1,\ x>1$

ζ) $\sigma\upsilon\nu x<1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24},\ x>0$ η) $x+\eta\mu x+\sigma\upsilon\nu x>1,\ x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$

453. Δίνονται οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις $f,g:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει ότι $f'(x)<g'(x)$ για κάθε $x\in(\alpha\ ,\beta)$ και $f(\beta)=g(\beta)$. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από το γραφική παράσταση της g στο διάστημα $(\alpha\ ,\beta)$.

454. Δίνεται δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ με $2<f''(x)<6x$ για κάθε $x>0$, $f'(0)=0$ και $f(0)=1$. Να αποδείξετε ότι: $(x-1)^2<f(x)<x^3+1$ για κάθε $x>0$.

455. Δίνεται συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη στο $[0,1]$ για την οποία ισχύει: $f''(x)>e^{x}-2$ για κάθε $x\in[0,1]$ και $f'(0)=2$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(0)-f(1)<0$

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[0,1]$.