ΙΙ. ΟΡΙ0 – ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό – Λάθος»

1. Μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0, έναν πραγματικό αριθμό ℓ. Αναγκαστικά το x_0 ανήκει στο πεδίο ορισμού της. Σ Λ
2. Τα πλευρικά όρια μιας συνάρτησης f, όταν το x παίρνει τιμές κοντά στο x_0, συμπίπτουν πάντοτε. Σ Λ
3. Το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 εξαρτάται από την τιμή της συνάρτησης στο σημείο αυτό. Σ Λ
4. Αν μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0, τότε αυτό είναι μοναδικό. Σ Λ
5. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell$, τότε υπάρχει συνάρτηση φ με $\lim\limits_{x\to x_0} \varphi(x) = 0$ και $f(x) = \ell + \varphi(x)$. Σ Λ
6. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} (f(x) + g(x)) = \ell$, τότε οι συναρτήσεις f, g έχουν πάντοτε όριο στο x_0. Σ Λ
7. Αν για τις συναρτήσεις $f, g : A \to R$ υπάρχει το $\lim\limits_{x\to x_0} [f(x) . g(x)]$, τότε πάντοτε $\lim\limits_{x\to x_0} [f(x) . g(x)] = \lim\limits_{x\to x_0} f(x) . \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ Σ Λ
8. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{|x|}{x} - 1$. Ισχύει $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0 = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$. Σ Λ
9. Μια συνάρτηση f έχει στο $x_0 = 2004$ όριο το -2004. Τότε η f παίρνει αρνητικές τιμές για κάποια x κοντά στο 2004. Σ Λ
10. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} | f(x) | = |\ell|$, $\ell \neq 0$, τότε πάντοτε ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell$. Σ Λ
11. Αν το $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ είναι θετικός αριθμός, τότε η f παίρνει θετικές τιμές κοντά στο x_0. Σ Λ
12. Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού ένα διάστημα που περιέχει το 0. Τότε ισχύει πάντοτε $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0)$. Σ Λ

13. Αν $\lim_{x\to\alpha} f(x) = \beta$, $\lim_{x\to\beta} g(x) = \gamma$ και $f(x) \neq \beta$ κοντά στο α, τότε $\lim_{x\to\alpha} g(f(x)) = \gamma$. Σ Λ

14. Ισχύει ότι $\lim_{x\to 0} \dfrac{\eta\mu(\alpha x)}{x} = 1$ με $\alpha \neq 0, 1$. Σ Λ

15. Αν $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = \ell$, τότε $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(3x)}{x} = 3\ell$. Σ Λ

16. Αν $0 \leq f(x) \leq \dfrac{1}{x} + e^{-x}$, για κάθε $x \in R$, τότε ισχύει: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Σ Λ

17. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$ και $g(x) < 0$ κοντά στο x_0, τότε πάντοτε ισχύει $\lim_{x\to x_0} (f(x).\, g(x)) = -\infty$. Σ Λ

18. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$, τότε $\lim_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = 0$. Σ Λ

19. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε $\lim_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$. Σ Λ

20. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = \ell \neq 0$, τότε $\lim_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = \dfrac{1}{\ell}$. Σ Λ

21. Αν η συνάρτηση $f: [0, +\infty) \to R$ είναι γνησίως αύξουσα, τότε πάντοτε ισχύει $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Σ Λ

22. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β], η εξίσωση $f(x) = 0$ δεν έχει ρίζα στο (α, β) και υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ ώστε $f(\xi) < 0$, τότε θα ισχύει $f(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$. Σ Λ

23. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα [α, β], και παίρνει δύο διαφορετικές τιμές $f(x_1)$, $f(x_2)$ με $x_1, x_2 \in [\alpha, \beta]$, τότε παίρνει όλες τις τιμές μεταξύ των $f(x_1)$ και $f(x_2)$. Σ Λ

24. Αν για μια συνεχή συνάρτηση f στο R, ισχύει $f(x_1) = 1$ και $f(x_2) = 4$, τότε υπάρχει $x_0 \in (x_1, x_2)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = e$. Σ Λ

25. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο διάστημα [α, β], τότε το σύνολο τιμών της είναι το διάστημα [f(α), f(β)]. Σ Λ

26. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [α, β], τότε το σύνολο τιμών της είναι το διάστημα [f (β), f (α)]. Σ Λ

27. Κάθε συνεχής συνάρτηση f στο [α, β] με $f(\alpha) \neq f(\beta)$, παίρνει μόνο τις τιμές μεταξύ των f (α) και f (β). Σ Λ

28. Αν $(1 - x)(1 + 5x) \leq f(x) \leq (3x + 1)^2$, τότε η f είναι συνεχής στο 0. Σ Λ

29. Αν η f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$, τότε το σύνολοτιμών της είναι το διάστημα $(\lim\limits_{x \to 0} f(x), \lim\limits_{x \to +\infty} f(x))$. Σ Λ

30. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής στο διάστημα [α, β]. Αν η f είναι 1-1 στο [α, β], τότε είναι και γνησίως μονότονη στο [α, β]. Σ Λ

31. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 με $f(x_0) \neq 0$, τότε κοντά στο x_0 οι τιμές της f είναι ομόσημες του $f(x_0)$. Σ Λ

32. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ, τότε η αντίστροφή της είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο f (Δ). Σ Λ

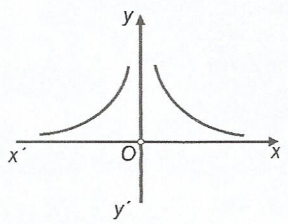
33. Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα διάστημα Δ είναι συνεχής και 1-1 στο Δ, τότε η συνάρτηση f^{-1} είναι συνεχής στο f (Δ). Σ Λ

34. Κάθε συνεχής συνάρτηση με πεδίο ορισμού το R έχει μέγιστη και ελάχιστη τιμή. Σ Λ

35. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 1 \\ 2 - x^2, & x \geq 1 \end{cases}$. Σ Λ

Ισχύει ότι η f είναι συνεχής στο R - {1}.

36. Η συνάρτηση f, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, είναι συνεχής στο D_f. Σ Λ



37. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g **δεν** είναι συνεχής στο x_0, τότε και η συνάρτηση f + g δεν είναι συνεχής στο x_0. Σ Λ

---

38. Αν οι συναρτήσεις f, g δεν είναι συνεχείς στο σημείο x_0 του κοινού πεδίου ορισμού τους, τότε η συνάρτηση f + g **δεν** είναι συνεχής στο x_0. Σ Λ

39. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε και η f^2 είναι συνεχής στο x_0. Σ Λ