

$$\text{(απ. } g'(x) = -\mu(g(x) - M_0 - M), M_0 = g(0) \text{ (ΘΕΜΑ 1998))}$$

33. Δίνεται ορθή γωνία xOy και το ευθύγραμμο τμήμα AB μήκους 10cm του οποίου τα άκρα A, B ολισθαίνουν πάνω στις πλευρές Oy και Ox αντιστοίχως. Το σημείο B κινείται με σταθερή ταχύτητα $v = 2\text{cm/sec}$ και η θέση του πάνω στον άξονα Ox δίνεται από την συνάρτηση $s(t) = vt$, $t \in [0, 5]$ όπου t ο χρόνος (σε δευτερόλεπτα).

α. Να βρεθεί το εμβαδόν $E(t)$ του τριγώνου AOB ως συνάρτηση του χρόνου.

β. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού $E(t)$ τη στιγμή κατά την οποία το μήκος του τμήματος OA είναι 6cm ;

$$\text{(απ. α. } E(t) = 2t\sqrt{25 - t^2}, \text{ β. } E'(4) = -\frac{14}{3} \text{ cm}^2/\text{sec} \text{ (ΘΕΜΑ 1993))}$$

34. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \ln x$, $x > 0$.

A. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $M(a, f(a))$ και να προσδιορίσετε το σημείο τομής A , της εφαπτομένης με τον άξονα $x'x$.

B. Έστω ότι ένα κινητό με τις συντεταγμένες του M κινείται πάνω στη C_f . Αν ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του M συναρτήσει του χρόνου είναι $\alpha'(t) = 2\alpha(t)$, να βρείτε:

i. Το ρυθμό μεταβολής της τετμημένης του σημείου τομής A της εφαπτομένης της C_f στο σημείο M με τον άξονα $x'x$ τη χρονική στιγμή που το M έχει τετμημένη e .

ii. Το ρυθμό μεταβολής της γωνίας θ που σχηματίζει η εφαπτομένη αυτή με τον άξονα $x'x$ την ίδια χρονική στιγμή (δηλ. όταν $\alpha'(t) = 2\alpha(t)$ και $\alpha(t) = e$).

$$\text{(απ. B.i. } -2e \frac{\mu.\text{μηκους}}{\mu.\text{χρονου}}, \text{ ii. } \frac{-2e}{1+e^2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{) (ΘΕΜΑ)}$$

35. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x-1)^3$. Ένα σημείο M κινείται στη γραφική παράσταση της f και η τετμημένη του απομακρύνεται από την αρχή των αξόνων κινούμενη στον θετικό ημιάξονα Ox με ταχύτητα 1cm/sec . Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της γωνίας που σχηματίζει η εφαπτομένη της C_f στο σημείο M με τον άξονα $x'x$, τη χρονική στιγμή που αυτή είναι παράλληλη προς την ευθεία με εξίσωση $y = 3x - 5$

(απ. $3/5\text{ rad/sec}$)