ΘΕΜΑΤΑ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 4/3/21

Να χαρακτηρίσετε Σ, Λ τις παρακάτω προτάσεις

1) Έστω $f: A \to R$, Αν η f δεν παραγωγίζεται στο x_0 τότε $x_0 \notin A$ Σ ☐ Λ ☐

2) Αν f παραγωγίζεται στο x_0 και $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \ell$, τότε $f'(x_0)=\ell$ Σ ☐ Λ ☐

3) Αν $f'(3)=1$, τότε η εφαπτομένη της C_f στο $A(3, f(3))$ σχηματίζει γωνία με τον $x'x$, $\omega = \frac{\pi}{4}$ Σ ☐ Λ ☐

4) Αν η $f: A \to R$ δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 \in A$ τότε f δεν είναι συνεχής στο x_0 Σ ☐ Λ ☐

5) Αν η $f: A \to R$ δεν είναι συνεχής στο $x_0 \in A$ τότε f δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 \in A$ Σ ☐ Λ ☐

6) Αν $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = 2$, τότε $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = f(0)$ Σ ☐ Λ ☐

7) Αν υπάρχει εφαπτομένη της C_f στο $M(x_0, f(x_0))$ και δεν είναι παράλληλη στον $y'y$, τότε η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 Σ ☐ Λ ☐

8) Η εφαπτομένη της C_f στο $M(x_0, f(x_0))$ έχει κοινό σημείο με τη C_f μόνο το M Σ ☐ Λ ☐

9) Αν μια ευθεία έχει μόνο ένα κοινό σημείο με τη C_f τότε η ευθεία είναι εφαπτομένη της C_f Σ ☐ Λ ☐

10) Από σημείο $A \notin C_f$ μπορεί να διέρχονται περισσότερες από μία εφαπτομένες της C_f Σ ☐ Λ ☐

11) Αν f, g παραγωγίσιμες στο R και $f(x_0)=g(x_0)$ τότε $f'(x_0)=g'(x_0)$ Σ ☐ Λ ☐

12) Αν f, g παραγωγίσιμες στο R και $f'(x_0)=g'(x_0)$ τότε $f(x_0)=g(x_0)$ Σ ☐ Λ ☐

13) Αν $f'(x_0)=g'(x_0)$ τότε στο x_0 δέχονται κοινή εφαπτομένη Σ ☐ Λ ☐

14) Αν $f'(x_0)=g'(x_0)$ τότε οι εφαπτομένες των C_f, C_g στο x_0 είναι πάντα παράλληλες, Σ ☐ Λ ☐

15) Υπάρχει συνάρτηση για την οποία ισχύουν οι προϋποθέσεις του Θ. Bolzano και Θ. Rolle στο $[α,β]$ Σ ⊔ Λ

16) Κάθε συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ έχει τουλ. μια παράγουσα Σ ⊔ Λ ⊔

17) Δύο παράγουσες F, G της f είναι ίσες Σ ⊔ Λ ⊔

18) Αν $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη τότε μεταξύ δύο διαδοχικών ριζών της f η f' έχει μια τουλάχιστον ρίζα Σ ⊔ Λ ⊔

19) Αν f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και δεν είναι 1-1 τότε η γραφική παράσταση της f' τέμνει τον $x'x$ τουλάχιστον μια φ. Σ ⊔ Λ ⊔

20) Αν f παραγωγίσιμη τότε μεταξύ δύο ριζών της $f'(x)=0$ η $f(x)=0$ έχει το πολύ μια ρίζα Σ ⊔ Λ ⊔

21) Αν f δύο φορές παραγωγίσιμη και $f''(x) \neq 0$ για κάθε $x \in$ τότε η εξίσωση $f(x)=0$ μπορεί να έχει τρεις διαφορετικές ρίζες Σ ⊔ Λ ⊔

22) Αν f παραγωγίσιμη στο $[α,β]$ τότε το συμπέρασμα του Θ.Μ.Τ. ισχύει στο $[α,β]$ Σ ⊔ Λ ⊔

23) Αν για την f ισχύει το Θ. Rolle στο $[α,β]$ και ισχύει και το συμπέρασμα του Θ.Μ.Τ. Σ ⊔ Λ ⊔

24) Αν f παραγωγίσιμη στο $[α,β]$ τότε υπάρχει εφαπτομένη σε κάποιο σημείο $A(ξ, f(ξ))$ με $λ = \frac{f(β)-f(α)}{β-α}$ Σ ⊔ Λ

25) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις Σ, Λ με αιτιολόγηση

α) Αν το $x_0 \in D_f$ και υπάρχει $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ τότε f είναι παραγωγίσιμη στο x_0

β) Αν η σύνθεση δύο συναρτήσεων είναι παραγωγίσιμη τότε και οι συναρτήσεις είναι παραγωγίσιμες

γ) Ισχύει το αντίστροφο του Θ.Μ.Τ.

δ) Αν f παραγωγίσιμη στο x_0, g μη παραγωγίσιμη στο $f(x_0)$ τότε $g \circ f$ δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0