

ΕΝΟΤΗΤΑ 2^η: ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

2.17. Θεωρούμε την εξίσωση $(x - 2y - 3) + \lambda(-2x + y + 6) = 0$ (1).

α) Δείξτε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Να εξετάσετε αν η ευθεία με εξίσωση $x + 2004y = 3$ ανήκει στην οικογένεια των ευθειών που δίνεται από την (1).

2.18. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ , η εξίσωση :

$$C_\lambda: (3\lambda - 1)x + (2 - \lambda)y - 3\lambda + 5 = 0$$

παριστάνει ευθεία που διέρχεται από σταθερό σημείο.

Μετά βρείτε την ευθεία της εξίσωσης C_λ η οποία είναι κάθετη με την $\varepsilon: 2x + y + 1 = 0$.

[Απ. $\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}, x - 2y - 5 = 0$]

2.19. Θεωρούμε τις ευθείες $\varepsilon: ax + by + \gamma = 0$, $\varepsilon_1: ax - by + \gamma = 0$, $\varepsilon_2: ax - by - \gamma = 0$,

$\varepsilon_3: ax + by - \gamma = 0$ με $a, b, \gamma \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

α) Η ε_1 είναι συμμετρική της ε ως προς άξονα συμμετρίας των $x'x$.

β) Η ε_2 είναι συμμετρική της ε ως προς άξονα συμμετρίας των $y'y$.

γ) Η ε_3 είναι συμμετρική της ε ως προς κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων O .

2.20. Να βρείτε τις γραμμές που παριστάνουν οι εξισώσεις:

i) $|x| - |y| = 0$

ii) $x^2 + x - 2 = 0$

iii) $2y^2 + y - 3 = 0$

iv) $4x^2 - 4xy + y^2 = 0$

2.21. Δίνονται τα σημεία $A(\lambda, 0)$, $B(2\lambda, 3\lambda)$, $\lambda \neq 0$. Αν η κάθετη στην AB στο σημείο A τέμνει την ευθεία $x = -2\lambda$ στο Γ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

2.22. Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός μ , ώστε οι ευθείες $(\varepsilon_1): \mu x + (\mu - 1)y - 4 = 0$ και $(\varepsilon_2): (3\mu + 1)x - 2\mu y - 7 = 0$ να είναι κάθετες.

[Απ. $\mu = 0$ ή $\mu = -3$]

2.23. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 7xy + 3y^2 = 0$.

i) Να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες ε_1 και ε_2 των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις.

ii) Να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες ε_1 και ε_2 .

[Απ. i) $\varepsilon_1: y = 2x$, $\varepsilon_2: y = 0$ ii) 45°]

2.24. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $2y^2 - 3xy - 2x^2 = 0$ παριστάνει ζεύγος δύο ευθειών. Ποια είναι η σχετική θέση των δύο ευθειών που βρήκατε;

2.25. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^2 - y^2 - 4ly - 2lx - 3l^2 = 0$ παριστάνει δύο ευθείες κάθετες μεταξύ τους. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του σημείου τομής των δύο ευθειών.

2.26. Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, των οποίων τα τετράγωνα των αποστάσεων από τα σημεία $A(5, 2)$ και $B(-2, 4)$ έχουν σταθερή διαφορά c , είναι ευθεία κάθετη στην AB .

4.1. Δίνονται οι εξισώσεις $\varepsilon_1: (\kappa^2 - 2\kappa - 3)x + (3\kappa - 2)y + 1 = 0$ $\varepsilon_2: (3\kappa^2 - 11\kappa + 6)x - (\kappa^2 - 1)y - 5 = 0$ με $\kappa \in \mathbb{R}$.

i) Δείξτε ότι οι παραπάνω εξισώσεις παριστάνουν ευθείες για τις διάφορες τιμές του κ .

ii) Να προσδιορίσετε τον κ , ώστε οι ευθείες να είναι κάθετες.

[Απ. ii) $-1, \frac{2}{3}, 2, 5$]