

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

16. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3ax - 7a^2 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή του a ώστε $x_1^2 + x_2^2 = 18$

17. Να βρείτε την τιμή του a ώστε η μια ρίζα της εξίσωσης $x^2 + (2a-1)x + a^2 + 2 = 0$ να είναι διπλάσια της άλλης

18. Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της $x^2 - 5x + 2 = 0$ να βρεθεί η εξίσωση που έχει ρίζες τους αριθμούς $i) x_1 + 3, x_2 + 3$ $ii) x_1^2, x_2^2$

19. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$, να αποδείξετε ότι $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

20. Αν μια ρίζα της $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ είναι διπλάσια της άλλης να δείχτεί ότι $2\beta^2 = 3\alpha\gamma$

21. Αν η εξίσωση $x^2 + ax + \beta = 0$ έχει ρίζες δύο διαδοχικούς ακεραίους, να αποδειχθεί ότι $a^2 - 4\beta = 1$

22. Αν μια ρίζα της $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ είναι τριπλάσια της άλλης να δείχτεί ότι $3\beta^2 = 16\frac{\gamma}{a}$

23. Δίνονται οι εξισώσεις $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ (1) και $x^2 + Sx + P = 0$, όπου S και P το άθροισμα και γινόμενο ριζών της (1). Να αποδείξετε ότι $S^2 - 4P = \frac{\Delta}{a^2}$

24. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + \mu x - \lambda = 0$ και $\mu \in \mathbb{R}$ και $\lambda \in (0, +\infty)$

A) Να δείξετε ότι έχει ρίζες ετερόσημες.

B) Αν P, S είναι το γινόμενο και το άθροισμα αντίστοιχα των ριζών της παραπάνω εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές των λ, μ αν ισχύει

$$\frac{P^2 + S^2 + 5}{2} = -P - 2S$$

25. Η εξίσωση $(a-2)x^2 - (5-a)x - 5 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 , Να βρεθεί ο a αν $x_1 - x_2 = 2\sqrt{6}$

26. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 5)x - \lambda + 4 = 0$ έχει