Φ25

Εργασίες

1) Δίνεται συνάρτηση f συνεχής στο R και ισχύει
$f^3(x)+2f^2(x)+2f(x)=-5x+4$, $x\in R$
Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση C_f
τέμνει τον $x'x$ σε ένα τουλάχιστον σημείο
$A(x_0,0)$ με $x_0\in(0,1)$

2) Έστω $f:[\alpha,\beta]\to(\alpha,\beta)$, $\alpha\beta>0$ συνεχής στο $[\alpha,\beta]$
τότε υπάρχει $\xi\in(\alpha,\beta)$: $\xi f(\xi)=\alpha\beta$

3) Να δειχθεί ότι η εξίσωση $2x^6+x^4-1=0$
έχει δύο τουλάχιστον ρίζες

4) Δίνεται f συνεχής στο R και $x^2-1<f(x)<x^2$, $x\in R$
να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση C_f τέμνει
την ευθεία $y=-x$ σε ένα τουλάχιστον σημείο
$A(\xi,-\xi)$, $\xi\in(0,1)$.

5) Δίνεται f συνεχής στο $[2,4]$, $f(x)\in[1,2]$
να δείξετε ότι υπάρχει $\xi\in[2,4)$: $f^2(\xi)-3f(\xi)+\xi=0$

6) Αν $\beta>0$, $\alpha+\beta+1<0$ να δείξετε ότι η εξίσωση
$x^3+\alpha x^2+\beta=0$ έχει δύο τουλάχιστον λύσεις στο $(-1,1)$

7) Έστω $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq0$ και $\gamma^2+\beta\gamma+\alpha\gamma<0$
να δείξετε ότι:
i) η εξίσωση $f(x)=0$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο $(0,1)$
ii) η εξίσωση $f(x)=0$ έχει δύο ρίζες άνισες στο $\mathbb{R}$

8) Έστω f,g συνεχείς στο $[2,5]$, $f(2)=2$, $g(5)=5$
και $0<f(x)<4<g(x)$, για κάθε $x\in[2,5]$
Να δείξετε ότι υπάρχει $\xi\in(0,5)$ ώστε $f(\xi)g(\xi)=4\xi$