Φ 28

Εργασίες

1) Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2$
Να βρεθεί σημείο του άξονα $x'x$ από το οποίο αν φέρουμε εφαπτόμενες προς την γραφική παράσταση της f να είναι κάθετες.

2) Αν $f(x)-f(x-1)=2x-1$, $x\in\mathbb{R}$ και $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-\sqrt[3]{x+1}}{x}=-\dfrac{1}{3}$
και f συνεχής στο $x=0$, να βρεθούν:
α) $f'(0)$ β) $f'(1)$

3) Αν f συνεχής στο $\mathbb{R}$ και για κάθε $x\neq 0$ ισχύει $f(0)=0$
$x^2\left(\sigma\upsilon\nu\frac{1}{x}-3\right)\le f(x)\le x^2\left(\sigma\upsilon\nu\frac{1}{x}+3\right)$. Να δείξετε ότι $f'(0)=0$

4) Αν η συνάρτηση f είναι άρτια και στο $x=2$ έχει κλίση $-3/2$. Να βρείτε την κλίση της f στο $x=-2$

5) Αν $f(xy)=f(x)+f(y)$, $x,y\in(0,+\infty)$ και
$1-x\le f(x)\le\dfrac{1-x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$. Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0\in(0,+\infty)$.

6) Αν $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ παραγωγίσιμη στο x_0
Να δείξετε ότι $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{xf(x_0)-x_0f(x)}{x-x_0}=f(x_0)-x_0f'(x_0)$.