

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + \lambda x + 2$  και η ευθεία  $\epsilon: \varphi = -x + \lambda$ . Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες η ευθεία  $\epsilon$  εφαπτεται της  $C_f$

2. Δίνεται  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Να βρεθεί η συνθήκη ώστε η  $C_f$  να έχει σημεία στα οποία οι εφαπτόμενες να είναι παράλληλες στον άξονα  $x$ .

3. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοιες, ώστε  $f(a) = g(a)$  και  $f(x) + x \leq g(x) + a$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .  
Αν οι  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $a$ , αποδείξτε ότι  $f'(a) + 1 = g'(a)$

4. Δίνεται  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  που ικανοποιεί τη σχέση  $|f(b) - f(a)| \leq (a-b)^2$  για κάθε  $a, b \in \mathbb{R}$ . Να δείξετε ότι  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και ότι  $f'(x) = 0$

5. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + \lambda x^2 + (1-\lambda)x + 1 + \lambda$   $\lambda \in \mathbb{R}$ . Να αποδειχθεί ότι οι εφαπτόμενες της  $C_f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$  διέρχονται από σταθερό σημείο.

6. Μια ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  τέμνει την  $C_f$  σε δύο σημεία με συντελεστές  $x_1, x_2$   
Αν  $f(x) = x^2 + ax + b$ , να δείξετε ότι  $\lambda = \frac{f'(x_1) + f'(x_2)}{2}$