

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

1. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που:

1. Εφάπτεται στον $\gamma\gamma'$ και έχει κέντρο το σημείο $(2,3)$.
2. Εφάπτεται στον $\chi\chi'$ και έχει κέντρο το σημείο $(2,3)$.
3. Εφάπτεται στις ευθείες $\gamma=2x+3$, $\gamma=-2x-3$ και $x=4$.
4. Έχει το κέντρο του πάνω στην ευθεία $\gamma=2x+1$ και εφάπτεται στον $\gamma\gamma'$ στο σημείο $(0,4)$.
5. Έχει εφαπτόμενες τις ευθείες $x=-3$, $x=5$, $\gamma=2$.
6. Έχει διάμετρο το τμήμα AB , όπου $A(-4,2)$, $B(2,6)$.
7. Τέμνει τον $\chi\chi'$ στα $(2,0)$ και $(6,0)$ και έχει ακτίνα $R=5$.
8. Διέρχεται από τα σημεία $(-1,2)$, $(-1,7)$ και $(4,2)$.

2. Δίνεται η οικογένεια γραμμών $C: x^2 + y^2 - 4\lambda x + 2\lambda y + 5\lambda^2 - 4 = 0$.

1. Να δείξετε ότι η γραμμή αυτή παριστάνει κύκλο για κάθε λ πραγματικό.
2. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων αυτής της οικογένειας.
3. Να βρείτε ποιοι κύκλοι της οικογένειας εφάπτονται στον $\chi\chi'$.
4. Να βρείτε τις εξισώσεις των κοινών εφαπτόμενων σε όλους τους κύκλους της οικογένειας που είναι παράλληλες στην ευθεία που κινούνται τα κέντρα τους.

3. Δίνεται η γραμμή με εξίσωση: $x^2 + y^2 - 4x + 2y + \lambda^2 + 1 = 0$.

1. Να περιορίσετε κατάλληλα το λ ώστε αυτή να παριστάνει κύκλο.
2. Να βρείτε το λ ώστε ο κύκλος να εφάπτεται στον $\chi\chi'$.
3. Να δείξετε ότι η αρχή των αξόνων είναι εξωτερικό σημείο για κάθε κύκλο αυτής της οικογένειας.

4. Να βρείτε τον κύκλο που έχει το κέντρο του στο 1° τεταρτημόριο, εφάπτεται στους δύο άξονες και στην ευθεία $3x-4y-12=0$.

5. Να βρείτε εφαπτόμενες του κύκλου $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$, οι οποίες άγονται από το σημείο $A(-1,-1)$.

6. Να βρείτε εφαπτόμενες του κύκλου με εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$ οι οποίες να είναι: α) Παράλληλες στον $\chi\chi'$ β) Παράλληλες στον $\gamma\gamma'$ γ) Παράλληλες στην ευθεία $\gamma=x+2$.

7. Να βρείτε την εξίσωση κύκλου με κέντρο πάνω στην ευθεία $\gamma=x-2$, ο οποίος να εφάπτεται των ευθειών $3x-4y-1=0$ και $3x-4y-7=0$.

8. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις οποίες η ευθεία με εξίσωση: $\lambda x - \gamma + \lambda - 1 = 0$, εφάπτεται στον κύκλο: $(x-\lambda)^2 + (\gamma+1)^2 = \lambda^2 + 1$.

9. Θεωρούμε τους κύκλους με εξισώσεις: $C: x^2 + y^2 = 4$, $C': (x-1)^2 + (\gamma-1)^2 = 2$.