

1. Να βρεθούν τα παρακάτω όρια

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2+\sqrt{x+3}} - 2}{x^2 - x}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \sqrt{2x} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2-4}}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$

iv) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x\sqrt{x+2} - 3\sqrt{x+2} + 4}{x+1}$

2. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\alpha\sqrt{x-3} - x}{x^2-1} = k, k \in \mathbb{R}$ i) να βρεθεί η τιμή του α
ii) να βρεθεί η τιμή του k

3. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 2g(x)] = 4$ και $\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x) - g(x)] = 8$
να βρεθεί $\lim_{x \rightarrow 2} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

4. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)(x^3-1) = 4, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{\sqrt{x}-1} = 3$, να βρείτε $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x)$

5) Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\alpha x^3 + (\beta+2)x + \gamma - 3}{(x-1)^2} = 3$, να βρείτε $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

6) Τα πρώτα $f(x) = a_1x^2 + b_1x + \delta_1, g(x) = a_2x^2 + b_2x + \delta_2$ με $a_1, a_2 \neq 0$
έχουν κοινή ρίζα x_0 . Αν Δ_1, Δ_2 οι διακρίνουσες τους αντιστοίχα
με $\Delta_1, \Delta_2 > 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \left| \frac{a_1x^2 + b_1x + \delta_1}{a_2x^2 + b_2x + \delta_2} \right| = \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}}$

7) Αν $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + \sqrt{x}}{x-2} = 4$, να βρεθεί $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + \sqrt{x}}{2-x}$

8) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ να εξετασεί αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow \beta} f(x)$
όπου $f(x) = \begin{cases} 4x, & x \in \mathbb{B} \\ 2(\alpha x) - 1, & x > \beta \end{cases}$

9) να βρεθούν τα όρια i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+3} + 1}$ ii) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{\sqrt{x-2}}$